

KONEČNĚ-PRVKOVÝ MODEL A MODÁLNÍ ANALÝZA REZONANČNÍ DESKY KLAVÍRU

J. Tippner, P. Koňas

Došlo: 1. října 2006

Abstract

TIPPNER, J., KOŇAS, P.: *Finite-element model and modal analysis of grand piano soundboard*. Acta univ. agric. et silvic. Mendel. Brun., 2007, LV, No. 4, pp. 111–118

The subject of this paper is description of building of general parametric model of grand piano soundboard in environment of software ANSYS. Parametric utilization of APDL (Ansys Parametric Design Language) was made in full range of this component. Physical model description includes orthotropic linear elasticity material and prescribed boundary conditions of solution of basic structural analysis (modal analysis). Main idea of this work rest in offering of model which allows simple changes of numerical simulation by changing of basic model parameters. This model allows monitoring of selected factors (changes in construction and material composition) which may influence the dynamic behaviour of board. In addition to general model there are presented also results of simulations which describe properties of board in frequency domain for factual type of soundboard.

FEM, grand piano, soundboard, ANSYS, modal analysis

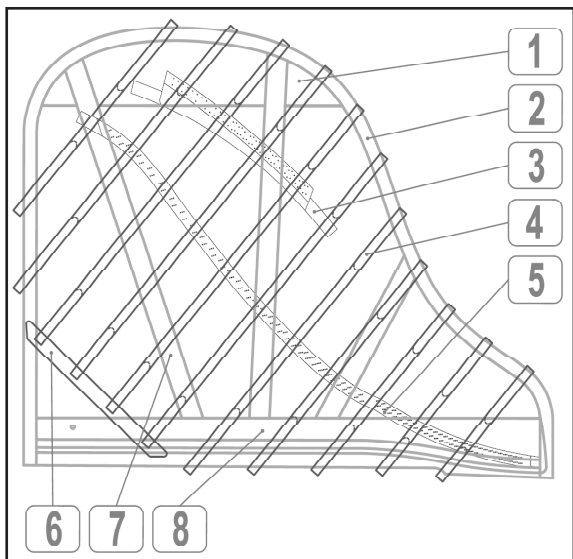
Při posuzování kvality klavíru jsou rozhodující především jeho akustické vlastnosti a vyrovnanost vlastností v celém tónovém rozsahu. Na tyto vlastnosti mají rozhodující vliv rezonanční části nástroje, mezi kterými je za nejvýznamnější možné považovat rezonanční desku. Tento fakt vychází z úlohy této součásti v rámci akustického systému klavíru. Obecně lze v akustickém systému hudebního nástroje rozlišit tři základní prvky. Jsou jimi generátor, oscilátor (též vibrátor) a rezonátor. V případě klavíru je generátorem kladívko. To, uvedeno do pohybu klávesou přes poměrně složitý systém mechaniky klavíru, ve správný okamžik vybudí oscilátor – napjatou strunu. Struna až do okamžiku jejího tlumení tzv. dusítkem vibruje frekvencí odpovídající především výměře menzury, tuhosti struny, její hmotnosti a síle jí napínající (Syrový, 2003). Vibruje rovněž vyššími harmonickými frekvencemi, které jsou celočíselným násobkem zmíněné frekvence základní. Výsledný a pro daný typ nástroje charakteristický zvuk je superpozicí všech frekvencí. Kmity struny jsou skrze kobylku přenášeny na rezonanční desku, jež v akustickém systému plní funkci rezonátoru. Díky své velké ploše je rezo-

nanční deska schopna účinně přenášet kmity do vzduchu, kterým se zvuk šíří až k posluchači. Odpovídá-li vlastní frekvence desky některé budící frekvenci struny, dochází k rezonanci a tím ke kýženému zesílení zvuku. Schopnost desky rezonovat při určitých frekvencích tak výrazně ovlivňuje nejen sílu (odpovídající amplitudě kmitu), ale také kvalitu, barvu zvuku, kdy charakter zvuku je poplatný zastoupení deskou zesílených alikvotních frekvencí. Z tohoto důvodu je vhodné se zaměřit právě na rezonanční desku klavíru a na její chování ve frekvenční oblasti.

V oboru výroby hudebních nástrojů se uplatňuje z velké části empirický a tradiční přístup. Dlouhodobě však existuje požadavek na odpovídající popis chování klavíru, či jeho hlavních částí založený na teoretických základech. Multifyzikální přístup, který vyžaduje aplikaci moderních metod jakou je metoda konečných prvků (MKP), se stále více prosazuje a je i hlavním principem práce, o níž článek pojednává. Představen je pak především přístup k tvorbě modelu rezonanční desky v pojetí moderního simulačního nástroje a výsledky simulací dynamického chování založené na aplikaci tohoto sestaveného modelu.

METODIKA

Akustika hudebního nástroje je složitým systémem s řadou vstupů. Rovněž chování rezonanční desky samé je obecně ovlivněno mnoha faktory. Rozhodují zejména geometrie (vnější tvar, tloušťka, uspořádání součástí), materiál (elastické konstanty, hustota aj.), stav materiálu (vlhkost, teplota) i stav celé desky určený například technologií (počáteční nehomogenní rozložení vlhkosti, napětí). Rezonanční deska charakteristického půdorysného tvaru sestává z rezonančních přířezů proměnlivé šířky (lepených vzájemně na sraz) a výsledkem její proměnlivé tloušťky je nejčastěji klínovitý tvar. Deska je dále ztužena žebry, osazena kobylkami, skrze které je kolmo k rovině vystavena tlaku strun a celá je pak umístěna v dřevěném rámu klavíru zesíleném rámem litinovým (Williams, 2003). Stručně informuje o skladbě trupu klavíru Obr. 1.



1: Schéma stavby dřevěného trupu klavíru (1 – zesílení rámu, 2 – korpus rámu, 3 – basová kobylka, 4 – žebro, 5 – diskantová kobylka, 6 – hlavní žebro, 7 – vzpěra rámu, 8 – „první kus“)

Přes nesporný vliv řady součástí na výsledné chování desky není vyloučen i přístup modelování izolovaného chování rezonanční desky. Argumentem pro tento postup je jednak silný význam příspěvku rezonanční desky v celém akustickém systému, či nutnost zajištění uskutečnitelnosti (řešitelnosti) úlohy. Rovněž řada experimentálních podkladů realizovaných nejen výrobcí existuje právě pro případ více či méně izolovaného chování desky. Základním cílem proto byla tvorba obecně parametricky deklarovaného modelu rezonanční desky, který je možné použít v řadě případů rezonančních desek klavíru. Konkrétně byl pak model aplikován pro klavír P IV českého výrobce Petrof, s. r. o.

Pro tvorbu modelu a následné výpočty bylo použito výpočetní systém ANSYS verze 10.0 využívající MKP (Kolář, 1997). Metodiku práce je možné rozdělit do tzv. *preprocessingu*, ve kterém je nutné sestavit odpovídající *výpočtový model*, dále pak řešení úlohy tzv. *solverem*, které začíná nastavením a spuštěním výpočtu a následně již probíhá v režii numerických řešičů; poslední fází je pak zpracování výsledků, tzv. *postprocessing*.

Výpočtový model byl sestaven postupnou tvorbou geometrického modelu, konečně-prvkového modelu (diskretizací spjatou s volbou fyzikálních modelů i numerických postupů), deklarací materiálového modelu a určením okrajových či počátečních podmínek řešení. Veškeré fáze výstavby modelu probíhají dávkou příkazů APDL (Ansys Parametric Design Language), které jsou předem připraveny v podobě skriptovaných dávkových souborů. Takto je možné zajistit podmínku parametrické deklarace modelu. Parametry je možné snadno měnit přímo editací v přehledném tomuto účelu určeném dávkovém souboru. Tvorba modelu pak již probíhá bez dalších zásahů uživatele. Parametry je také možné interaktivně volit v dialogích vyvolávaných z dávkového souboru do grafického prostředí programu. O tom, zda běh tvorby modelu proběhne interaktivně či dávkově, rozhoduje hodnota interaktivně voleného prvního parametru prvního dávkového souboru.

Parametricky je určena geometrie desky (vnější tvar hrany desky, proměnlivá tloušťka desky) a rovněž skladba desky z přířezů (orientace a šířka přířezů). Tvar modelu desky i skladbu desky z rezonančních přířezů ilustruje Obr. 2. Především z důvodů komplikovanosti tvaru desky je možné zvolit několik alternativ tvorby geometrického modelu, např. pomocí přímk a kružnic nebo pomocí spline, a to jak v případě modelů dvourozměrných (2D) tak i třírozměrných (3D). Volitelně, běžně např. při určení šířek přířezů, je pro určení parametru využito náhodného generování hodnot metodou Monte Carlo. Toto generování je zabezpečeno vnitřním APDL příkazem a nejčastěji je použito Gaussova rozložení (určením střední hodnoty a směrodatné odchylky) či normálního rozložení (určením minima a maxima intervalu). Postupně jsou body, liniemi a plochami vytvořeny objemy, které po sloučení tvoří kompaktní geometrický model.

Pro každý přířez rezonanční desky je odděleně deklarován materiálový model. Pro popis vztahu napětí a deformace je použit ortotropní lineárně-elastický model definovaný třemi normálovými moduly pružnosti, třemi smykovými moduly pružnosti a třemi Poissonovými konstantami. Vzhledem k dynamické povaze problému nelze zanedbat setrvačné účinky. Hmota systému je určena prostřednictvím hustoty materiálu. Též tlumení systému je zavedeno nejčastěji pomocí materiálového tlumení. Konstanty mate-

riálového modelu jsou částečně přejímány z literatury (Bucur, 1995; Bodig, 1982; Berthelot, 1999; Požgaj, 1997; Ugolev, 1975; Buchar, 1993), údajů od výrobce, nebo jsou konstruovány na základě semiempirických vztahů (přepočet na danou vlhkost apod.). Pro každý přířez je rovněž odděleně definován odklon podélného anatomického směru (L) od podélné osy přířezu, radiálního (R) a tangenciálního (T) anatomického směru. Příklad materiálového modelu rezonančního smrku pro přířez uvádí Tab. I., kde: $x = R$, $y = L$, $z = T$. L a R směr je v normálních případech rezonančních desek orientován v rovině desky.

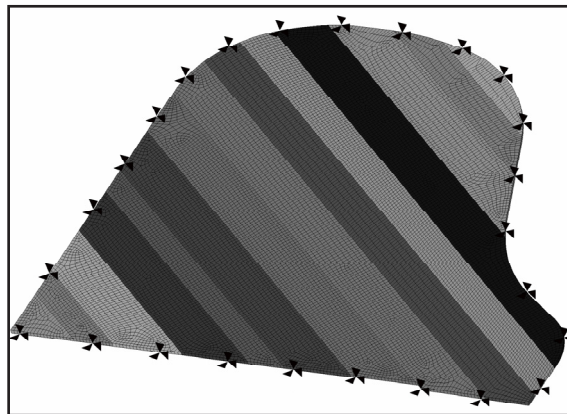
I: Příklad materiálového modelu pro vlhkost dřeva 8 % abs.

Normálové moduly pružnosti [Pa]:		
$E_x = 800 \times 10^6$	$E_y = 16000 \times 10^6$	$E_z = 500 \times 10^6$
Smykové moduly pružnosti [Pa]:		
$G_{xz} = 100 \times 10^6$	$G_{yz} = 800 \times 10^6$	$G_{xy} = 1200 \times 10^6$
Poissonovy čísla (malá) [-]:		
$N_{xz} = 0,25$	$N_{yz} = 0,031$	$N_{xy} = 0,44$
Hustota [kg/m^3]: $r = 490$		
Materiálové tlumení [%]: $D = 1,5$		

Ve 2D případech je pro výstavbu konečně-prvkového modelu použito skořepinových prvků (např. SHELL99). Tyto, na strojový čas méně náročné modely, jsou vhodné především pro popis chování desek s jednotnou tloušťkou, vícevrstvé desky (např. překližované kompozity) s libovolnými vlastnostmi (tloušťka, orientace, materiál) vrstev. Fyzikální model předpokládá teorii pro chování skořepin (Kohnke, 1998; Kolář, 1997). Pro popis desek s nejednotnou tloušťkou jsou vhodné 3D modely. Konečně-prvkové modely jsou v tomto případě přednostně založeny na hexahedrálních (šestistěnných) lineárních elementech (osmiuzlový SOLID45) a kvadratických elementech (dvacetizlový SOLID95). Vzhledem k poměrně jednoduché geometrii „holé“ desky nebylo nutné použít tetrahedrálních (čtyřstěnných) prvků, jejichž síť navyšuje celkový počet stupňů volnosti úloh (tedy i technické nároky výpočtů).

Definice okrajových podmínek řešení odpovídá reálnému umístění desky, tedy vetknutí v rámu klavíru, vetknutí v měřicím rámu, případně volnému umístění v prostoru. Spočívá tak nejčastěji v omezení stupňů volnosti posunutí (u skořepin též rotace) v místě průběhu hrany desky (uzly obvodových linií v případě 2D modelů, resp. bočních ploch v případě 3D modelů)

a zavedením gravitačního zrychlení v odpovídajícím směru. Příklad 3D modelu spolu s naznačením určení okrajových podmínek rovněž uvádí Obr. 2.



2: Model rezonanční desky bez žebrové výztuže (skladba z přířezů náhodně generovaných v intervalu 60 až 120 mm, každý přířez obsahuje samostatný materiálový model – ve vyobrazení odlišen odstínem, síťováno šestistěnnými konečnými prvky, naznačení omezení stupňů volnosti posunutí po obvodu)

Pro určení vlastních frekvencí a tvarů kmitání konstrukce je užita *modální analýza*. Pohybová rovnice v maticovém zápise má pro tlumený systém tvar:

$$[M]\{a\} + [C]\{v\} + [K]\{u\} = \{0\}, \quad (1)$$

kde: $[M]$ = strukturální matice hmotnosti; $[K]$ = strukturální matice tuhosti; $[C]$ = strukturální matice tlumení; $\{a\}$ = vektor uzlových zrychlení; $\{v\}$ = vektor uzlových rychlostí; $\{u\}$ = vektor uzlových posunutí (Kolář, 1997). V případě netlumeného systému rovnice nezahrnuje člen obsahující strukturální matici tlumení a vektor uzlových rychlostí.

Strukturální hmotová matice je určena sumou hmot všech elementů systému pomocí objemů elementů a hustoty materiálu. Strukturální matice tuhosti je vystavěna jako suma elementových matic tuhosti, které jsou pro objem elementu odvozeny z matice poddajnosti a matice deformací založené na tvarových funkcích příslušných elementů (Kohnke, 1998). Strukturální matice tuhosti může v případě tzv. *prestress* analýzy zahrnovat též počáteční napětí systému. Strukturální matice tlumení je v rámci ANSYS v obecné podobě interpretována:

$$[C] = \alpha [M] + (\beta + \beta_c) [K] + [C_\varepsilon] + \sum \{(\beta_{mat}^D + 2/\Omega \beta_{mat}^I) [K_{mat}]\} + \sum \{C_{elem}\}, \quad (2)$$

kde: α = multiplikátor matice hmotnosti; β = multiplikátor matice tuhosti; β_c = proměnný multiplikátor matice tuhosti; $[C_\varepsilon]$ = frekvenčně závislá matice tlum-

mení; β_{mat}^D = multiplikátor matice tuhosti pro materiál; Ω = kruhová budící frekvence; β_{mat}^I = frekvenčně nezávislý multiplikátor matice tuhosti pro materiál; $[K_{mat}]$ = části strukturálních matic tuhosti odpovídající příslušným materiálům; C_{elem} = elementové matice tlumení. Předposlední člen výrazu je sumou přes definované materiálové modely, poslední člen pak sumou přes elementy u nichž je definováno tlumení. Z rovnice (2) je zřejmá možnost zavedení tlumení několika způsoby. Ve většině případů je využito možnosti určení tlumení pomocí β_{mat}^D , které je určeno v rámci definice materiálového modelu či multiplikátorů α a β_c .

V lineárním systému je vektor posunutí pro volné harmonické kmity určen:

$$\{u\} = \{\varphi\}_i \cos \omega_i t, \quad (3)$$

kde: $\{\varphi\}_i$ = vlastní vektor reprezentující i -tou vlastní frekvenci, ω_i = i -tá vlastní kruhová frekvence, t = čas. Rovnice (1) pak nabývá tvaru:

$$(-\omega_i^2 [M] + [K]) \{\varphi\}_i = \{0\}. \quad (4)$$

Tato rovnost platí, je-li $\{\varphi\}_i = \{0\}$ nebo determinant $([K] - \omega^2 [M]) = \{0\}$. První z možností je triviální, druhá pak poskytuje řešení:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = \{0\}. \quad (5)$$

Tedy jedná se o problém vlastních čísel, který může být řešen pro n hodnot ω^2 a n vlastních vektorů $\{\varphi\}_i$

odpovídajících rovnici (3), kdy n = počet stupňů volnosti. Pro extrakci vlastních čísel a vektorů bylo použito metody *block Lanczos*, resp. metody *damped* v případě tlumeného systému (Kohnke, 1998). Algoritmus *block Lanczos* je pouze obměnou klasické Lanczosovy metody, kdy rekurze jsou prováděny užitím bloků vektorů, nikoliv jednotlivých vektorů. Problém vlastních čísel a vektorů má pro netlumený systém tvar:

$$[K] \{\varphi\}_i = \lambda_i [M] \{\varphi\}_i, \quad (6)$$

kde: $[M]$ = strukturální hmotová matice, $[K]$ = strukturální matice tuhosti, $\{\varphi\}_i$ = vlastní vektor, λ_i = vlastní číslo. V případě tlumeného systému nabývá rovnice (6) kvadratického tvaru, kdy λ_i spadá do oboru komplexních čísel (Kohnke, 1998). K řešení bylo využito vnitřních řešičů ANSYS, technickým zázemím pro výpočty byly především linuxové 64bitové PC pracovní stanice.

VÝSLEDKY A DISKUSE

Chování rezonanční desky ve frekvenční oblasti popisují především vypočtené vlastní frekvence a tvary kmitání. Vzhledem k případům, kdy při buzení systému frekvencí odpovídající vlastní frekvenci desky dojde k rezonanci, je zajímavé porovnání vypočtených vlastních frekvencí s frekvencemi ladění. Tab. II podává přehled tónů temperovaného ladění odpovídající běžnému rozsahu klavíru (Syrový, 2003).

II: Frekvence tónů klavíru [Hz]

27,5	43,7	69,3	110	174,6	277,2	440	698,5	1108,7	1760	2793,8
29,1	46,3	73,4	116,5	185	293,7	466,2	740	1174,7	1864,7	2960
30,9	49	77,8	123,5	196	311,1	493,9	784	1244,5	1975,5	3136
32,7	51,9	82,4	130,8	207,6	329,6	523,3	830,6	1318,5	2093	3322,4
34,7	55	87,3	138,6	220	349,2	554,4	880	1396,9	2217,5	3520
36,7	58,3	92,5	146,8	233,1	370	587,3	932,3	1480	2349,3	3729,3
38,9	61,7	98	155,6	246,9	392	622,3	987,8	1568	2489	3951,1
41,2	65,4	103,8	164,8	261,6	415,3	659,3	1046,5	1661,2	2637	4186

Např. nejnižší frekvence (tónu A⁰) je rovna 27,5 Hz, nejvyšší pak (88. tónu C⁸) je rovna 4186 Hz. Struna kmitá uváděnými fundamentálními frekvencemi, ale též alikvotními frekvencemi a tak např. struna G¹ kmitá svou fundamentální frekvencí 49 Hz a rovněž alikvotními frekvencemi 98, 147, 196, 245 Hz atd. Tab. III uvádí vlastní frekvence rezonanční desky vypočtené v případě omezení stupňů volnosti posunutí ve směru x , y a z po obvodu desky, použití kvadratického šestistěnu SOLID95 pro síťování a použití výše uvedené materiálového modelu (viz Metodika). Porovnání

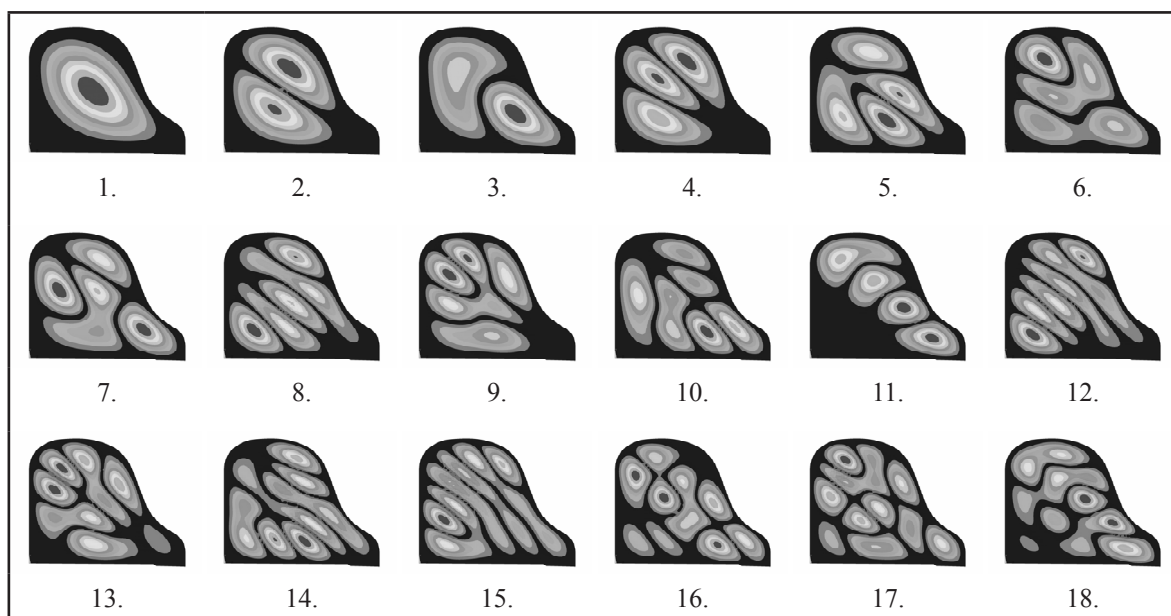
ním frekvencí uvedených v Tab. II a Tab. III nacházíme oblasti, ve kterých bude deska plnit více či méně úlohu rezonátoru. K interpretaci výsledků je nutné zdůraznit, že model zahrnující pouze samotnou rezonanční desku bez kobylek, strunného potahu, výztuže žebry a rámem, bez předpětí aj. (viz níže) si neklade za cíl popsat frekvenční odezvu nástroje jako celku, i když pro popis chování celého nástroje je důležitým krokem. Je zaveden předpoklad izolovaného posouzení desky (viz Metodika) a obohacování systému o další důležité součásti a jevy je předmětem navazujících prací.

III: Přehled prvních třiceti vlastních frekvencí rezonanční desky, deska je vetknuta v rámu (mód | frekvence [Hz])

1.	31,351	7.	116,72	13.	195,08	19.	276,06	25.	337,22
2.	54,285	8.	144,95	14.	221,8	20.	288,42	26.	346,8
3.	68,145	9.	150,96	15.	235,44	21.	296,42	27.	357,06
4.	81,471	10.	168,43	16.	237,05	22.	309,6	28.	378,75
5.	105,8	11.	174,54	17.	244,75	23.	323,74	29.	394,37
6.	112,28	12.	187,72	18.	250,49	24.	333,3	30.	402,88

Vzhledem k principům vytvoření soustavy, viz rovnice (1), dominují dynamickému chování modelu rezonanční desky vlivy geometrie a materiálu. Rovněž otázkami citlivosti modelu na změny tvaru a uspořádání i změny materiálu se budou zabývat budoucí analýzy.

Pro posouzení dynamického chování je výchozí rovněž způsob, jakým deska v jednotlivých frekvencích kmitá. Z tohoto důvodu jsou důležitým výstupem vlastní tvary kmitání. Přehled prvních osmnácti vlastních tvarů kmitání odpovídajících vlastním frekvencím uváděným v Tab. III zobrazuje Obr. 3.

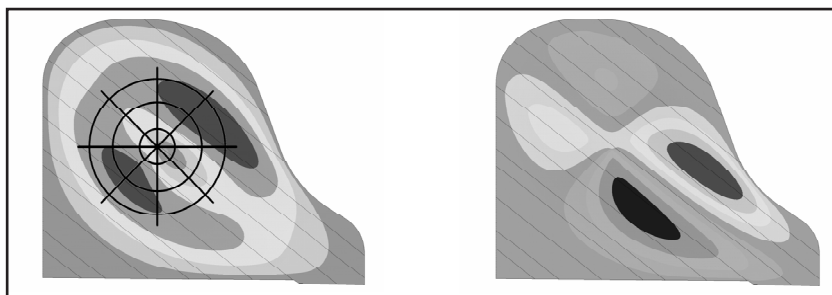
3: Vlastní tvary kmitání rezonanční desky (součet posunutí uzlů ve směrech x , y a z)

Vzhledem k malé tuhosti desky ve směru kolmém k její rovině dominují posunutí ve směru z . V grafických zobrazeních vlastních tvarů kmitání mohou být ovšem i pozorována izolovaná posunutí či poměrné deformace v jednotlivých směrech. Posunutí ve směru x a y popisuje Obr. 4. Pro zobrazení výsledků je zvolena polární souřadná soustava se středem v oblasti středu desky (viz levá část Obr. 4).

Z hlediska určení okrajových podmínek byly sledovány různé situace omezení pohybu desky v prostoru. Mimo výsledky pro případ vetknuté desky uvedené výše (tj. napodobení stavu, kdy je deska nalepena na horní ploše korpusu tuhého dřevěného rámu modelem předpokládajícím omezení posunutí ve všech smě-

rech na hraně desky odpovídající vnitřní hraně korpusu) jsou dále uváděny výsledky pro případ volného umístění desky (tj. idealizované volné umístění napodobované při experimentech např. jemnými pružnými závěsy) a případ zavěšení desky za její přední, klaviatuře bližší, hranu (tj. předpoklad sevření horní desky v měřicím rámu).

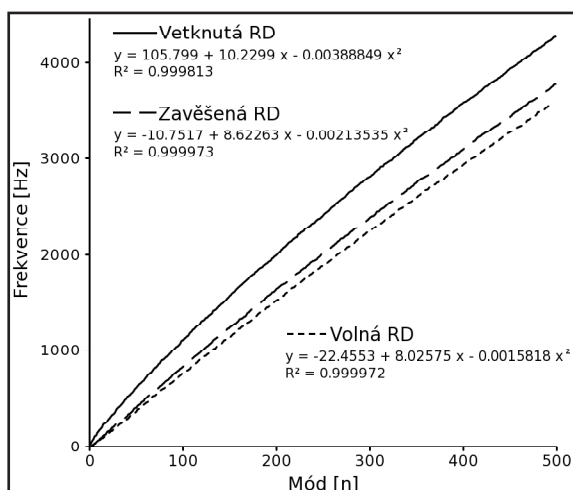
Tab. IV uvádí výběr vlastních frekvencí desky v případě volného kmitání, porovnání tří zmíněných případů v rozsahu prvních 500 vlastních frekvencí podává Obr. 5. Výsledků v Tab. IV a na Obr. 4 bylo dosaženo netlumenou modální analýzou při použití sítě z prvků typu SOLID95.



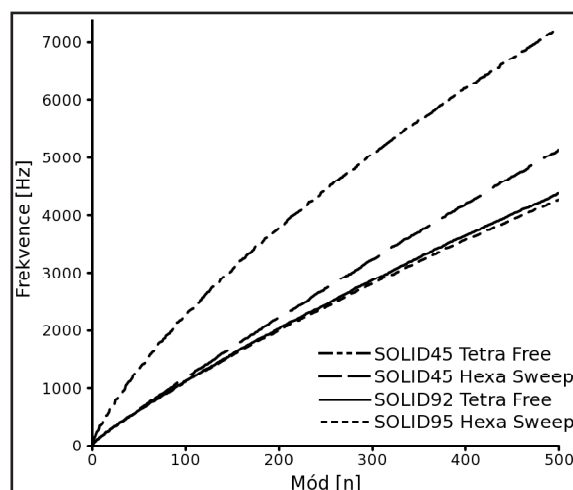
4: Vlastní tvary kmitání rezonanční desky, vlevo posunutí ve směru x s naznačením polohy souřadné soustavy pro zobrazení, vpravo posunutí ve směru y

IV: Výběr vlastních frekvencí rezonanční desky – volně umístěná deska (mód | frekvence [Hz])

7.	9,1519	13.	44,225	19.	86,649	25.	127,36	31.	174,41
8.	13,679	14.	52,092	20.	88,873	26.	139,78	32.	182,88
9.	18,892	15.	56,459	21.	97,354	27.	143,17	33.	192,47
10.	22,702	16.	58,417	22.	103,68	28.	153,23	34.	199,22
11.	32,088	17.	69,911	23.	116,63	29.	159,73	35.	203,91
12.	35,39	18.	83,536	24.	121,86	30.	160,68	36.	209,32



5: Vlastní frekvence rezonanční desky v různých případech upevnění desky



6: Vliv použití typu sítě modelu na vlastní frekvence rezonanční desky

Koncepce modelu vychází z možností použitého simulačního nástroje a předložený model je kompromisem mezi detailností a přehledností. Vzhledem k možnostem verifikace modelů je též při jejich tvorbě zohledněna metodika provádění experimentů výrobcí. Z hlediska spolehlivosti modelu je možné diskutovat problémy degradace úlohy, např. jemnost sítě, absence kontaktů mezi částmi, zjednodušený fyzikální, resp. materiálový model atd.

Článek prezentuje především 3D modely holé rezonanční desky, které umožňují plné zavedení ortotropního (případně anisotropního) materiálového modelu pro jednotlivé rezonanční přířezy a přede-

vším umožňují deklaraci proměnlivé tloušťky desky (např. v podobě klínovitého tvaru). Vzhledem k přísným požadavkům výroby klavíru na kvalitu materiálu (homogennost struktury a vlastností, odklon vláken apod.) a rovněž vzhledem na možná namáhání desky lze předpoklad ortotropnosti a lineární elasticity materiálu přijmout.

Přestože ANSYS nabízí nelineární materiálové modely, jejich využití v případě lineárních dynamických analýz (zejména modálních, harmonických) není možné. Rovněž řešení chování dřevěné desky v oblasti tzv. velkých deformací, při nichž by aplikace nelineárních materiálových modelů byla vhodná, tyto

analýzy nepřipouštějí. Nepřipouštějí též kontaktní analýzu (vhodnou např. pro popis lepených spojů). Řada jevů spjatých s uvedenými nelineárními analýzami se ovšem promítá do dynamického chování skrze počáteční stav napětí v konstrukci. Chování desky ovlivňuje její mechanické zatížení strunami, předpětí vzniklé lepením přířezů, žebrováním, osazením desky na korpus, rovněž teplotní či vlhkostní namáhání atd. Zde se nabízí využití řešení dynamické analýzy s počáteční distribucí napětí (prestress analýza), jež bude v další práci rovněž využita.

Vliv hustoty sítě nemá výrazný vliv na dosažené vlastní frekvence, především při použití šestistěnných či čtyřstěnných kvadratických prvků. Výrazné rozdíly však byly zaznamenány při použití různých typů prvků a s nimi spjatých postupů síťování. Modely se sítí z lineárních čtyřstěnů vykazují obecně vyšší tuhost, což se jistě promítá i na modálních vlastnostech. Naopak při použití prvků kvadratických (čtyřstěnných a především šestistěnných) je model desky nejpoddajnější. Z Obr. 6 je patrný rozdíl ve vypočtených prvních 500 vlastních frekvencích 4 modelů používajících sítí z odlišných konečných prvků. Ve všech případech byla požadována stejná velikost elementu, výsledný počet prvků a především uzlů (spjatý s potřebným strojovým výkonem při výpočtu) se však liší. Model volně (free) síťovaný čtyřstěnnými lineárními prvky typu SOLID45 čítá celkem 16 319 prvků a 5 643 uzlů. Tentýž model síťovaný stejným typem prvku ale za užití mapované (resp. tažené – sweep) diskretizace šestistěny je však tvořen 2 860 prvky a 5 924 uzly. Při použití volného síťování kvadratickým čtyřstěnným elementem SOLID92 je dosaženo počtu 16 319 prvků a 33 244 uzlů, při použití taženého síťování šestistěnným kvadratickým prvkem SOLID95 pak 2 860 prvků a 20 528 uzlů.

Výrazně vyšší vlastní frekvence (přibližně dvojnásobné v porovnání s ostatními prvky) jsou dosaženy při použití lineárního čtyřstěnu. Např. první frekvence je v tomto případě rovna přibližně 72 Hz, druhá 128 Hz, pátá 240 Hz, dvacátá 676 Hz. Mezi nízkými frekvencemi získanými použitím modelů tvořených zbývajících třemi použitými prvky není rozdíl markantní. V prvních frekvencích je rozdíl nejvíce 0,1 %, desáté se již liší nejvíce o 0,8 %. Zatímco při použití prvků SOLID92 a SOLID95 není až do pětisté vlastní frekvence rozdíl větší než 2,7 %, vyšší rozdíly jsou

zaznamenány mezi těmito prvky a prvkem SOLID45. Zde dosahuje rozdíl ve sté vlastní frekvenci 7,2 %, v pětisté pak až 20,4 %, což není vzhledem k absolutní výši frekvencí (1 188 Hz, resp. 5 145 Hz) i rozdílem mezi sousedícími frekvencemi (např. 23 Hz mezi 498. a 499. módem) v žádném případě zanedbatelné. O skutečnosti, který z přístupů v tvorbě konečně-prvkového modelu je nejvěrohodnější, rozhodne jedině v současnosti připravovaný verifikační experiment. Pro budoucí modely rozšířené o složité součásti (žebra, kobylky aj.) ale bude pravděpodobně nevyhnutelné opustit mapované síťování a použít síťování volné spjaté právě s čtyřstěnnými prvky. Pak je nutné použít výrazně jemnějšího dělení oblasti či lépe kvadratických prvků, v obou případech však doprovázené navýšením systémových požadavků.

Modální analýza rezonanční desky informuje pouze o vybraných vlastnostech konstrukce. Při kompletním posouzení desky je důležité vzít v úvahu též např. schopnost odolávat mechanickému namáhání a zabývat se akustikou desky v časové oblasti (odezva na buzení či útlum vibrací v čase aj.). Studium celého hudebního nástroje si posléze vyžádá zahrnutí mnohem většího počtu komponent podílejících se na jeho projevu.

ZÁVĚR

Byly představeny konečně-prvkové modely rezonanční desky, které umožňují provedení základních fyzikálních analýz této součásti klavíru. Obecná parametrická deklarace modelů umožňuje snadné změny v konstrukci, materiálové skladbě apod., což umožní studium vlivu faktorů na chování desky. Modely byly aplikovány v situaci rezonanční desky konkrétního klavíru střední velikosti a použity ke studiu vlastností ve frekvenční oblasti. V článku jsou uváděny vlastní frekvence a tvary kmitání v několika základních alternativách modelu (způsoby upevnění). Popsán je přístup v popisu chování hudebního nástroje, metodika tvorby modelů rezonanční desky, možnosti modelu a fyzikální podstata řešení modální analýzy. Z hlediska metodiky byly sledovány a diskutovány především otázky použití jednotlivých typů sítí a možnosti použitého programového vybavení. Byly též naznačeny postupy dalšího rozšíření modelů a směr další práce v oblasti studia chování klavíru.

SOUHRN

Předmětem článku je popis tvorby obecného parametrického modelu rezonanční desky klavíru v prostředí programu ANSYS. Parametrická tvorba modelu využívá vnitřní skriptovací jazyk APDL (Ansys Parametric Design Language). Fyzikální model zahrnuje ortotropní lineárně-elastický materiál a předpis okrajových podmínek základní strukturální (modální) analýzy. Hlavní myšlenkou práce je nabídnout model, který umožní jednoduchou změnu numerické simulace pomocí změn základních paramet-

trů modelu. Takový model umožní sledování vybraných faktorů (změny v konstrukci a materiálovém složení), které mohou ovlivnit dynamické chování desky. Mimo obecného modelu jsou prezentovány rovněž výsledky popisující vlastnosti konkrétního typu rezonanční desky ve frekvenční oblasti.

MKP, klavír, rezonanční deska, ANSYS, modální analýza

Autoři by rádi vyjádřili své poděkování za podporu projektů MSM 6215648902, GAČR 526/03/H036 a 37/2006 IGA MZLU v Brně, dále pak firmě Petrof, s. r. o. Hradec Králové a Ústavu nauky o dřevě LDF MZLU v Brně.

LITERATURA

- BODIG, J., JAYNE, B. A.: Mechanics of wood and wood composites, New York: Van Nostrand Reinhold, 1982, ISBN 0-89464-477-6.
- BERTHELOT, J. M.: Composite Materials – Mechanical Behaviour and Structural Analysis, 1999, Springer-Verlag New York.
- BRDIČKA, M. et al.: Mechanika kontinua 2. vyd. Praha: Academia, nakladatelství AVČR, 2000, 799 s. ISBN 80-200-0772-5.
- BUCUR, V.: Acoustics of Wood, Boca Raton – Florida, 1995.
- BUCHAR, J.: Šíření elastických vln v různých druzích dřev. Acta univ. agric. (Brno), XXVI, No. 1–4, pp.: 209–223, Brno, 1993.
- KOLÁŘ, V., NĚMEC, I., KANICKÝ, V.: FEM Principy a praxe metody konečných prvků. Praha: Computer Press, 1997, 401 s. ISBN: 80-7226-021-9
- KOHNKE, P.: ANSYS Theory Reference, Release 5.5 ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, USA, 1998.
- POŽGAJ, A. et al.: Štruktúra a vlastnosti dreva 2. vyd. Bratislava: PRÍRODA, a. s., 1997, 448 s. ISBN 80-07-00960-4.
- SYROVÝ, V.: Hudební akustika, 1. vyd., Akademie múzických umění v Praze, Praha, 2003.
- UGOLEV, V. N.: Drevesinovedenje s osnovami lesnovo tovarovedenia, Moskva, 1975.
- WILLIAMS, J. P.: Piano, Nakladatelství Slovart, s. r. o., Bratislava, 2003.

Adresa

Ing. Jan Tippner, Ing. Petr Koňas, Ph.D., Ústav nauky o dřevě, Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, Zemědělská 3, 613 00 Brno, Česká republika, e-mail: tippner@centrum.cz, konas@mendelu.cz; <http://wood.mendelu.cz>