

PŘEDPOKLADY PETRIHO SÍTÍ K MODELOVÁNÍ LOGISTICKÝCH SYSTÉMŮ

P. Jedlička

Došlo: 15. prosince 2005

Abstract

JEDLIČKA, P.: *Qualifications of Petri nets for modeling of logistical systems*. Acta univ. agric. et silvic. Mendel. Brun., 2006, LIV, No. 3, pp. 131–136

Simulation and optimization is one of the most popular approaches to improve the use of simulation models as a tool to obtain the best system configuration. Petri nets have proved to be useful for examining the performance of different system configurations and/or alternative operating procedures for various systems. Based on their precise semantics and easy-to-understand graphical representation, Petri nets are appropriate to model logistic systems together with their quantitative and qualitative properties. In this paper, potential benefits of usage of object-oriented Petri nets for optimization of logistical systems are discussed.

Petri net, logistics, analysis, optimization

Logistika je prezentována jako *disciplína, která se zabývá rozmístováním zdrojů, jimiž jsou zboží, výrobní kapacity, lidé a informace a sladováním řetězců činností, jež jsou nutné k bezchybnému uspokojování zákazníků, tj. k dodání správného zboží ve správném množství a kvalitě, na správné místo, ve správném okamžiku a se správnými náklady. Obecně jde o uplatnění určitých pravidel pro sladění řetězců aktivit mnoha spolupracujících subjektů tak, aby bylo dosaženo zamýšleného efektu (Pernica, 2001).*

Logistika se stala významným atributem úspěšného podniku v tržním hospodářství. Zvládnout logistiku od úrovně realizátora toků surovin a hotových výrobků a s nimi spojených toků informací až po úroveň spolutvůrce podnikové strategie znamená získat konkurenční výhodu. Logistika se stala jedním z klíčových faktorů strategického významu, které rozhodují o přežití podniku v prostředí integrace, globalizace a zostřující se konkurence.

MATERIÁL A METODY

Účelem tohoto příspěvku je konfrontovat nejčastější požadavky na logistické systémy s modelovací-

mi a analytickými možnostmi Petriho sítí. Cílem je naznačit možné využití Petriho sítí jako prostředku pro modelování, optimalizaci a zefektivnění logistických struktur a procesů.

Cíle a očekávané přínosy optimalizace logistických systémů

Mezi nejčastěji sledované **cíle** restrukturalizace logistických systémů patří:

- optimalizace časových, prostorových a dalších nároků na zajištění logistických činností,
- eliminace nadbytečných materiálových toků,
- zvýšení efektivity distribuce, snížení nákladů,
- návrh nového rozmístění a kapacity skladů,
- návrh způsobu a časového rozložení přepravy zboží,
- příprava logistického systému na změny (zvýšení) objemu produkce a změny (rozšíření) portfolia výrobků/služeb,
- optimalizace zásob při dodržení vysoké úrovně zákaznických služeb.

Očekávanými dlouhodobými **přínosy** těchto změn bývají nejčastěji:

- snížení dopravních nákladů
- zvýšení využití kapacity vozidlového parku
- zvýšení spolehlivosti dopravy
- snížení procesních časů při nakládce a vykládce
- snížení zátěže obsluhujícího personálu
- omezení úzkých míst a prostorových kolizí
- vytvoření prostoru pro další nárůst požadavků na podnikovou logistiku
- odstranění limitních stavů
- vytvoření prostoru pro další nárůst požadavků na podnikovou logistiku
- efektivnější využití skladů.

Petriho síť

Petriho síť (Petri nets – PN) představují populární formalismus pro modelování diskrétních paralelních systémů. Jednoduchý princip, na kterém jsou založeny, přináší možnosti srozumitelného grafického zápisu, simulace a analýzy. Analýzou systémů modelovaných pomocí PN lze odhalit řadu jejich vlastností již v úvodních fázích návrhu a vyhnout se tak později zjištěným problémům.

Původním konceptem teorie Petriho sítí, jak je zavedl C. A. Petri, jsou **P/T Petriho síť** (Place/Transition Petri Nets). Jejich struktura, komponenty i dynamika tvoří výchozí principy dalších evolučních variant Petriho sítí. Grafy P/T Petriho sítí lze je chápat jako speciální třídu bipartitních grafů, při jejichž vytváření užíváme následující elementy:

Místa (places) – slouží k vyjádření stavů modelovaného systému; pro jejich znázornění používáme většinou kružnice, pro popis pak nejčastěji písmeno p a pořadové číslo místa v síti.

Přechody (transitions) – popisují změny v systému. Zakresluje se obvykle ve tvaru obdélníků, příp. úseček, popisujeme je nejčastěji názvem složeným z písmene t a pořadového čísla přechodu v síti.

Hrany (arcs) – jsou povinně orientované a spojují vždy v některém směru místo a přechod. Nesmí tedy spojit dvě místa nebo dva přechody. Jedno místo s jedním přechodem smí v každém z obou směrů propojovat nejvýše jedna hrana. Hrany většinou zakresluje jako úsečky nebo křivky se šipkami.

Inhibiční hrany (inhibitory arcs) – jsou speciální hrany, které jsou vždy orientovány směrem od místa k přechodu. Tuto propojovanou dvojici pak již

nelze propojit jinou hranou. Inhibiční hrany zakresluje většinou úsečkami nebo křivkami, které jsou zakončeny na straně přechodu malou kružnicí.

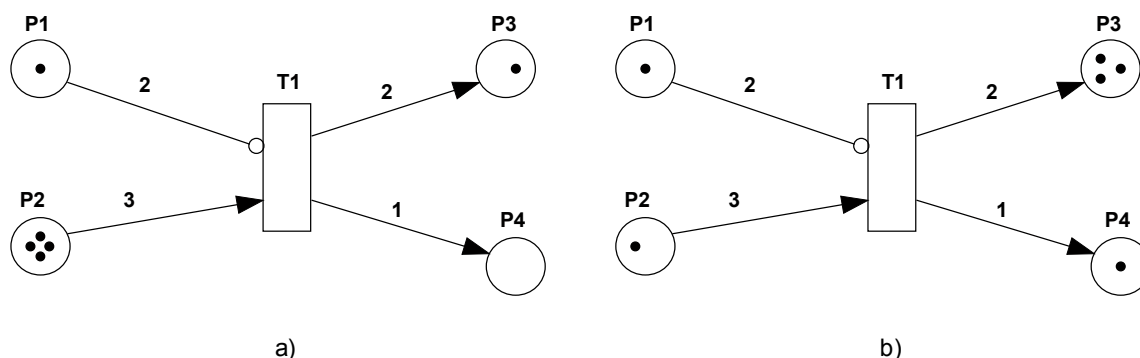
Značení sítě (marking) – vyjadřuje aktuální stav modelovaného systému pomocí tzv. *značek (tokens)*, které považujeme za vzájemně nerozlišitelné a znázorňujeme je pomocí malých kruhů v jednotlivých místech sítě, v případě většího počtu přirozeným číslem. Aktuální značení Petriho sítě s n místy lze zapsat ve tvaru uspořádané n -tice, jejíž i -tý prvek ($i = 1..n$) bude celé nezáporné číslo vyjadřující počet značek i -tého místa sítě. Je-li modelovaný systém v počátečním stavu, hovoříme o jeho *počátečním značení* – toto je v literatuře často označováno symbolem m_0 . Počet značek v místě p označme $m(p)$.

Jelikož hrany P/T Petriho sítí jsou orientované, lze u každého místa nebo přechodu sítě hovořit o množině *vstupních hran* a množině *výstupních hran*. S každou hranou sítě smí být asociováno přirozené číslo udávající její ohodnocení, jehož význam je popsán v následujícím textu. Není-li ohodnocení hrany explicitně uvedeno, pokládáme jej za rovné číslu 1.

Realizace kroků v P/T Petriho sítích

Pomocí P/T Petriho sítí lze nejenom zachytit aktuální stav modelovaného systému, ale rovněž dynamiku přechodů mezi jeho jednotlivými stavy. Na schématu P/T Petriho sítě se tato dynamika znázorňuje prováděním přechodů sítě. Přechod smí být proveden (je proveditelný), je-li v každém vstupním místě přechodu, jež s ním není spojeno inhibiční hranou, alespoň takový počet značek, jaké je ohodnocení příslušné hrany. Je-li však některá ze vstupních hran přechodu inhibiční hranou a v místě asociovaném s touto hranou je alespoň tolik značek, jaké je ohodnocení této inhibiční hrany, přechod nemůže být proveden.

Jsou-li podmínky pro provedení daného přechodu splněny, smí být přechod proveden. Samotné jeho provedení spočívá v odebrání takového počtu značek ze všech vstupních míst přechodu, jež s ním nejsou spojeny inhibiční hranou, které se rovná ohodnocení hrany spojující vstupní místo a prováděný přechod, a přidání takového počtu značek do všech výstupních míst prováděného přechodu, jež se rovná ohodnocení hrany spojující prováděný přechod s daným místem. *Krokem (step)* v Petriho síti rozumíme provedení všech současně proveditelných přechodů pro dané značení sítě. Obrázek 1 ukazuje P/T Petriho síť před (a) a po (b) provedení kroku.



1: Provedení kroku v P/T Petriho síti

Hierarchické Petriho sítě

Nepříjemnou vlastností definice klasických P/T Petriho sítí je obtížnost modelování rozsáhlých a složitých systémů, jež jsou složeny z několika hierarchických úrovní. Z tohoto důvodu byla definice klasických P/T Petriho sítí mnoha autory rozšířena o možnost začlenění hierarchických míst a přechodů, jež samy reprezentují jinou (i dále hierarchickou) Petriho síť (Češka, 1994). Jeden z návrhů hierarchické Petriho sítě (Martiník, 1999) definuje *hierarchickou P/T Petriho síť* pomocí jedné *hlavní stránky* a *konečné množiny podstránek*. V síti jsou zavedeny dva nové typy hierarchických přechodů (synchronní a asynchronní), jež svým významem reprezentují podstránku hierarchické P/T Petriho sítě (tato podstránka smí samozřejmě rovněž obsahovat další hierarchické přechody). S každým hierarchickým přechodem je asociována právě jedna podstránka, již tento přechod reprezentuje. Hlavní stránka i všechny podstránky sítě smí obsahovat množinu míst, přechodů, hran a inhibičních hran přesně v souladu se známými definicemi těchto prvků z klasických P/T Petriho sítí. Navíc smí tyto stránky obsahovat oba typy hierarchických přechodů. Každá podstránka navíc musí obsahovat jediné (speciální) *vstupní místo* podstránky a jediné *výstupní místo* podstránky. Tato místa svým významem představují jakýsi vstupní a výstupní bod podstránky a současně sehrávají roli *vstupního a výstupního interface*. Nutno zdůraznit, že cílem hierarchizace Petriho sítě je umožnit grafické zobrazení i rozsáhlejších sítí, přičemž každou hierarchickou síť lze náhradou hierarchických míst a přechodů jejich podstránkami převést na nehierarchickou („plochou“) síť.

Vysokoúrovňové Petriho sítě

V průběhu 80. let se problematika Petriho sítí rozšiřuje o studium tzv. *vysokoúrovňových Petriho sítí* (*High-level Petri Nets*), jež s sebou přinášejí významný koncept v rozlišitelnosti značek. Právě charakter značek sítě se stal jedním ze základních ukazatelů pro

definici úrovní (levels) Petriho sítí. Rozlišujeme tedy následující úrovně:

Úroveň 1 – značky ve stejném místě Petriho sítě jsou vzájemně nerozlišitelné a mají charakter booleanových hodnot. Dané místo smí obsahovat buďto žádnou nebo jedinou značku (každé místo tedy smí reprezentovat právě dva stavy). Nejznámějším reprezentantem této úrovně jsou tzv. *C/E Petriho sítě* (*Condition/Events Petri Nets*). Jejich definici a základní vlastnosti lze nalézt např. v (Reisig, 1985).

Úroveň 2 – značky Petriho sítí jsou stále vzájemně nerozlišitelné, avšak dané místo smí obsahovat libovolný (konečný nebo nekonečný) počet značek. Místo se tedy smí nacházet v obecně nekonečně mnoha stavech a svým charakterem reprezentuje čítač (counter). Nejznámějším reprezentantem této třídy sítí jsou právě *P/T Petriho sítě* (*Place/Transitions Petri Nets*) – jejich definice a základní vlastnosti viz např. (Češka, 1994; Peterson, 1981; Reisig, 1985).

Úroveň 3 – dané místo smí obsahovat obecně *strukturované a vzájemně rozlišitelné značky nesoucí jistou informaci* (*high-level tokens*). Jde o nejobecnější třídu Petriho sítí (bohužel velmi obtížně analyzovatelnou). Mezi nejvýznamnější zástupce zde řadíme *vysokoúrovňové Petriho sítě* (*High-level Petri Nets*) s významnou podtřídou *barvených Petriho sítí* (*Coloured Petri Nets*), v nichž je problém identifikovatelnosti značek řešen jejich tzv. *obarvením*. Každé značce v síti je jednoznačně přiřazena barva z jisté definované množiny barev, která reprezentuje některý datový typ. Teorie barvených Petriho sítí včetně výsledků z oblasti barvených hierarchických sítí je popsána např. v (Jensen, 1991a; Jensen, 1991b).

V souvislosti s rozšířením objektového přístupu do sféry programovacích jazyků, databází a dalších oblastí byl tento princip implementován i do Petriho sítí.

Vzniklo několik koncepcí *objektových Petriho sítí* (Janoušek, 1998; Martiník, 1999), jež je možné zařadit do úrovně 3 (viz předchozí členění). Značky sítě reprezentují objekty s atributy, jejichž hodnoty mohou být měněny v přechodech sítě. Tato koncepce, na rozdíl od předchozích, umožňuje modelovat mnohem složitější systémy s netriviálními prvky, které lze v objektové Petriho síti popsat právě pomocí objektových značek.

VÝSLEDKY A DISKUSE

Předpoklady Petriho sítí pro modelování logistických systémů

V Petriho sítích jsou prostřednictvím přechodů přesouvány značky mezi jednotlivými místy sítě. V logistických systémech jsou zase přepravovány suroviny, polotovary a hotové výrobky mezi místy jejich zpracování, výroby, skladování a spotřeby. Zřejmé analogie mezi oběma systémy lze využít k pokusům modelovat logistické systémy prostřednictvím Petriho sítí. Taková možnost byla již v minulosti některými autory zkoumána (Piera, 2004; Macías, 2004), nikoliv však na úrovni *objektových* Petriho sítí. Objekty přepravované v logistických sítích mají mnoho parametrů, které jsou z logistického hlediska významné (hmotnost, rozměry, skladovací podmínky, trvanlivost apod.) a na nichž závisí způsob manipulace s těmito objekty. Tyto objekty lze i s jejich parametry modelovat pomocí značek objektových Petriho sítí a jejich atributů. Manipulaci se značkami lze determinovat konkrétními hodnotami těchto atributů, čímž lze dosáhnout do značné míry věrného zobrazení skutečného chování logistického systému. Z modelu v podobě Petriho sítě lze pak zjistit řadu významných vlastností modelovaného systému a následně je využít k jeho optimalizaci. Mezi tyto vlastnosti patří například:

Bezpečnost – Petriho síť nazýváme bezpečnou, jestliže pro každé její značení platí pro každé její místo $m(p) \leq 1$. Slovně vyjádřeno to znamená, že se v každém okamžiku nachází v každém místě sítě nejvýše jedna značka.

Omezenost (ohraničenost) – Petriho síť nazýváme k -omezenou, jestliže $\exists k \in \mathbb{N} \cup \{0\}; \forall m, p; m(p)$

$\leq k$. Pokud tuto vlastnost budeme zjišťovat pro jednotlivá místa sítě zvlášť, získáme informaci o maximálním počtu značek v daném místě dosažitelném z počátečního značení sítě. V případě aplikace modelu na logistický systém tak lze stanovit například potřebné kapacity skladovacích zařízení.

Konzervativnost – Petriho síť nazýváme konzervativní, jestliže pro každý její stav platí, že celkový počet značek je konstantní, tzn. $\forall i \in \mathbb{N} \cup \{0\}; \sum_j m^{(i)}(p_j) = k$.

Pro logistický systém by to znamenalo, že počet manipulovaných či přepravovaných objektů je v celém systému konstantní. To je sice zdá na první pohled samozřejmé, avšak bude třeba počítat s určitými ztrátami, např. v důsledku odcizení nebo zničení.

Živost – Petriho síť nazýváme živou, jestliže jsou živé všechny přechody. Přechod lze označit za živý, jestliže ke každému značení sítě m dosažitelnému z počátečního značení existuje takové značení m' dosažitelné z m , které umožní provedení daného přechodu. Jestliže přechody v Petriho síti mohou reprezentovat manipulaci a přepravu objektů logistického systému, lze ověřením této vlastnosti potvrdit nebo vyloučit možnost takového manipulace nebo přepravy.

Uvedené vlastnosti Petriho sítě lze zjistit buď teoreticky nebo simulací. Jednou z používaných teoretických metod je konstrukce stromu dosažitelných značení, který ovšem může být pro objektové Petriho síť velmi rozsáhlý a teoreticky až nekonečný. Simulační metody jsou zase závislé na dostupných softwarových nástrojích, které bývají často použitelné jen pro jednu variantu Petriho sítí, příp. pouze pro sítě nižších úrovní.

Samostatným problémem je nalezení způsobu *záznamu* objektové Petriho sítě vhodného pro automatizované zpracování pomocí výpočetní techniky. Tradiční způsoby, jako je grafické znázornění nebo matematické vyjádření, nejsou pro tyto účely nejvhodnější. Vhodným formátem se jeví být jazyk XML. Na bázi XML již existuje jazyk PNML (Petri Nets Markup Language) (Weber, 2004). Ten je však v aktuální verzi schopen popsat pouze sítě do úrovně 2 (viz výše).

SOUHRN

Cílem příspěvku je naznačit možnosti využití vysokoúrovňových Petriho sítí k modelování, analýze a následné optimalizaci logistických systémů. Jako nejvhodnější varianta jsou doporučeny objektové Petriho síť a to pro jejich schopnost komplexního popisu prvků systému. Jsou uvedeny významné identifikovatelné vlastnosti Petriho sítí a jejich vztah k logistickým systémům. V závěru je zmíněna problematika vytvoření vhodného formátu pro záznam objektové Petriho sítě.

Petriho síť, logistika, analýza, optimalizace

Tento příspěvek vznikl v rámci řešení výzkumného záměru VZ MSM 6215648904/03/03/04.

LITERATURA

- ČEŠKA, M.: *Petriho síť*. 1. vyd. 94 s. Brno: CERM, 1994. ISBN 80-85867-35-4.
- JANOUSEK, V.: Modelování objektů Petriho sítěmi. 1. vyd. Brno: VUT, 1998. 137 p. Doctoral thesis.
- JANOUSEK, P. PNtalk: Object Orientation in Petri Nets. In *Proceedings of European Simulation Multiconference '95*, pages 196–200. Prague: Czech Technical University, 1995. ISBN 1-56555-080-3
- JENSEN, K.: *Coloured Petri nets: basic concepts, analysis methods and practical use*. 1st ed. Berlin; New York; Paris: Springer, 1991. 234 p. ISBN 3-540-55597-8.
- JENSEN, K., ROZENBERG, G.: *High-level Petri nets: theory and application*. 1st ed. Berlin; New York; Paris: Springer, 1991. 724 p. ISBN 3-540-54125-X.
- MACÍAS, E. J., DE LA PARTE, M. P.: Simulation and Optimization of Logistic and Production Systems Using Discrete and Continuous Petri Nets. *Simulation*, Mar 2004, 80: 143–152. ISSN 1741-3133.
- MARTINÍK, I. *Metodologie tvorby objektově-orientovaných programových systémů s využitím teorie objektových Petriho sítí*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-TU, 1999. 218 p. Doctoral thesis.
- PERNICA, P.: *Logistický management. Teorie a podniková praxe*. 664 s. Praha: Radix, 2001. ISBN 80-86031-13-6.
- PETERSON, J. L.: *Petri net theory and the modeling of systems*. 1. vyd., 290 s. New Jersey: Prentice Hall, 1981. ISBN 0-13-661983-5.
- PIERA, M. A.: Optimization of Logistic and Manufacturing Systems through Simulation: A Colored Petri Net-Based Methodology. *Simulation*, Mar 2004, 80: 121–129. ISSN 1741-3133.
- REISIG, W.: *Petri Nets – An Introduction*. 1. vyd., 161 s. Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- WEBER, M.: *Petri Net Markup Language* [online] [cit. 2004-06-26]. URL: <<http://www.informatik.hu-berlin.de/top/pnml/about.html>>.

Adresa

Ing. Petr Jedlička, Ph.D., Ústav informatiky, Mendlova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, Zemědělská 1, 613 00 Brno, Česká republika

